

I-174

B.Sc. (Part-I) Supplementary/Special Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - I

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं, प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I

UNIT-I

Q. 1. (a) सिद्ध कीजिये कि दो आव्यूहों के गुणनफल की जाति, उन आव्यूहों में से धीमी की जाति से अधिक नहीं हो सकती।

I-174

P.T.O.

I-174

(2)

Prove that the rank of product of two matrices cannot exceed the rank of either matrix.

(b) निम्न आव्यूह की जाति कीजिये :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & c+a & a+b \\ bc & ca & ab \end{bmatrix}$$

Find the rank of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & c+a & a+b \\ bc & ca & ab \end{bmatrix}$$

(c) दर्शाइए कि दो आव्यूह A, $C^{-1}AC$ एक ही आइगेन मान रखते हैं।

Show that the two matrices A, $C^{-1}AC$ have the same eigen values.

(3)

इकाई-II

UNIT-II

- Q. 2. (a) निम्न समीकरणों को आव्यूह-विधि की प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा हल कीजिये :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Solve the following equations with the help of elementary operations of matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

- (b) समीकरण $2x^3 + 6x^2 + 5x + k = 0$ में k का मान ज्ञात कीजिये जबकि मूल समान्तर श्रेणी में हैं।

Find the value of k in the equation $2x^3 + 6x^2 + 5x + k = 0$ given the roots are in arithmetic progression.

(4)

- (c) समीकरण $2x^3 + x^2 - 7x + 6 = 0$ को हल कीजिये, जबकि दो मूलों का अन्तर 3 है।

Solve the equation $2x^3 + x^2 - 7x + 6 = 0$ when the difference of two roots is 3.

इकाई-III

UNIT-III

- Q. 3. (a) यदि H , G का कोई उपसमूह है दिखाइये कि

$$H^{-1} = H$$

If H is any subgroup of G , then show that

$$H^{-1} = H.$$

- (b) यदि H , G का कोई उपसमूह है तथा $h \in H$ तो सिद्ध कीजिये कि $Hh = H = hH$

If H is a subgroup of G and $h \in H$ then prove that $Hh = H = hH$.

(5)

(c) लेग्रान्ज प्रमेय लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove that Lagrange's theorem.

इकाई-IV

UNIT-IV

Q. 4. (a) क्रमचय $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिये।

Find the inverse of the permutation

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(b) सिद्ध कीजिये कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह तुल्याकारी होते हैं।

Prove that two cyclic groups of same order are isomorphic.

(c) क्षेत्र की परिभाषा उदाहरण सहित समझाइये।

Explain the definition of field with example.

I-174

P.T.O.

(6)

इकाई-V

UNIT-V

Q. 5. (a) यदि $u = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$ तब सिद्ध कीजिये :

$$\tanh \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

If $u = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$, then prove that

$$\tanh \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}.$$

(b) हल कीजिये :

$$\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$$

Solve :

$$\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$$

(c) हल कीजिये :

$$\cot^{-1} x + \tan^{-1} 3 = \frac{\pi}{2}$$

I-174

(7)

Solve :

$$\cot^{-1} x + \tan^{-1} 3 = \frac{\pi}{2}$$

—————